**长沙一中2020-2021学年度高一第一学期第一次阶段性检测**

**数 学**

时间：120分钟 分值：150分

**一、单项选择题(本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.)**

1.已知全集，，则( )

A. B.

C. D.

2.函数的定义域为( )

A. B. C. D.

3.下列函数为偶函数，且在单调递增的是( )

A. B. C. D.

4.命题“，”的否定是( )

A.， B.，

C.， D.，

5.若，，，则、的大小关系为( )

A. B.

C. D.由的取值确定

6.函数在单调递减，且为奇函数，若，则满足的的取值范围为( )

A. B. C. D.

7.已知，，则( )

A. B. C. D.

8.已知，都是正数，且，则的最小值为( )

A. B. C. D.

**二、多项选择题(本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得3分，有选错的得0分.)**

9.已知集合，为自然数集，则下列表示正确的是( )

A. B. C. D.

10.下列函数的最小值为的有( )

A. B.

C. D.

11.以下选项中，是，的一个必要条件的为( )

A. B. C. D.

12.设表示不超过的最大整数，如：，，又称为取整函数，在现实生活中有着广泛的应用，诸如停车收费，出租车收费等均按“取整函数”进行计费，以下关于“取整函数”的描述，正确的是( )

A.，

B.，若，则

C.，

D.不等式的解集为

**三、填空题(本大题共4小题，每小题5分，共20分.)**

13.已知函数，则\_\_\_\_\_\_\_\_.

14.已知集合，，若，则实数的所有可能的取值组成的集合为\_\_\_\_\_\_\_\_.

15.用表示、、三个数中的最小值，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

16.高二某班共有人，每名学生要从物理、化学、生物、历史、地理、政治这六门课程中选择门进行学习.已知选择物理、化学、生物的学生各有至少人，这三门学科均不选的有人.这三门课程均选的有人，三门中任选两门课程的均至少有人.三门中只选物理与只选化学均至少有人，那么该班选择物理与化学但未选生物的学生至多有\_\_\_\_\_\_\_\_人.

**四、解答题(本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.)**

17.(本小题满分10分)

已知集合，.

(1)若，求实数的值；

(2)是的\_\_\_\_\_\_\_\_条件，若实数的值存在，求出的取值范围；若不存在，说明理由.(请在①充分不必要，②必要不充分，③充要；中任选一个，补充到空白处)

18.(本小题满分12分)

函数.

(1)若的定义域为，求的取值范围；

(2)当时，求的值域.

19.(本小题满分12分)

已知不等式的解集为.

(1)求，的值，并求不等式的解集；

(2)解关于的不等式(，且)

20.(本小题满分12分)

已知、、为正数.

(1)若，证明：；

(2)若，证明：.

21.(本小题满分12分)

用清水洗一堆衣服上残留的污渍，用水越多，洗掉的污渍量也越多，但是还有污渍残留在衣服上，现作如下假定：用单位的水清洗次后，衣服上残留的污渍与本次清洗前残留的污渍之比为函数.

(1)(ⅰ)试解释与的实际意义；

(ⅱ)写出函数应该满足的条件或具有的性质；(写出至少条，不需要证明)

(2)现有单位量的水，可以清洗一次，也可以把水平均分成份后清洗两次.哪种方案清洗后衣服上残留的污渍比较少？请说明理由.

22.(本小题满分12分)

已知.

(1)若，使成立，求实数的取值范围；

(2)若，在上有最小值，求实数的取值范围.

**长沙一中2020-2021学年度高一第一学期第一次阶段性检测**

# 数学参考答案

**一、选择题**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| D | A | D | C | A | B | A | B | AB | AD | CD | BCD |

**二、填空题**

13. 14. 15. 16.

**三、解答题**

17.【**解析**】(1)对

即

对

，即

，则，即

经检验满足题意.

(2)选①，，此时必无解.即不存在实数，使得题意成立

选②，

选③，此时无解，即不存在实数，使得题意成立

18.【**解析**】(1)即，对恒成立

1 当，满足；

2°当时，

综上：时，函数的定义域为

(2)时，令



故

∴的值域为

19.【**解析**】(1)由题意知且.

则

即的解集为

(2)

1 当，不等式

2 当，不等式

3 当时，

则或

综上所述：1)当时，不等式的解集为

2)当时，不等式的解集为

3)当时，不等式的解集为

20.【**解析**】(1)∵，变形得

∴



∵，∴

当且仅当，即时，等号成立

(2)





.即

当且仅当时，等号成立

21.【**解析**】(1)(ⅰ)，表示没有用水清洗时，衣服上的污渍不变

，表示用个单位的水清洗时，可清除衣服上残留的污渍的

(ⅱ)函数的定义域为，值为，在上单调递减

(2)设清洗前衣服上的污渍为，用单位量的水清洗次后，残留的污渍为

则

如果用单位的水清洗次，则残留的污渍为

然后再用单位的水清洗次后，残留的污渍为.

由于，所以，的符号由决定

当时，，此时，把单位的水平均分成份后，清洗两次，残留的污渍较少

当时，，此时，两种清洗方法效果相同

当时，，此时，用单位的水清洗一次，残留的污渍较少

22.【**解析**】(1)，易知在上递增

，使





(ⅰ)当，，满足题意

(ⅱ)当

，即

综上上述，当时，满足题意

(2)

1 当，即时，在，递增，在递减

当有最小值，则需



2 当，即时

对，，此时

对，在递减，在递增.

存在最小值.

综上，当时，在上有最小值.